УДК 517

ОБ ОДНОЙ БИНАРНОЙ ПРОБЛЕМЕ В НЕКОТОРОМ КЛАССЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И ЕЕ СВЯЗИ С ВЕЛИКОЙ ГИПОТЕЗОЙ ФЕРМА

Кочкарев Б.С., кандидат физико-математических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
bkochkar@gmail.com

Аннотация. Мы показываем, что доказательство Последней теоремы Ферма, опубликованное в Анналах Математики в 1995 году является ложным. Доказывается, что диофантовы уравнения Ферма не имеют решений в поле рациональных чисел, что уточняет утверждение Ферма. Строится алгоритм доказательства этого утверждения для любого конкретного n. Наконец, мы доказываем, что для $n = 3,4$ диофантовы уравнения Ферма имеют решения в радикалах, а для $n > 4$ они вообще алгоритмически неразрешимы.

Ключевые слова: бинарное математическое утверждение, аксиома спуска, алгебраическое уравнение, диофантово уравнение.

ABOUT ONE BINARY PROBLEM IN A CERTAIN CLASS OF ALGEBRAIC EQUATIONS AND ITS CONNECTION WITH THE GREAT HYPOTHESIS FARM

B.S. Kochkarev, PhD, docent,
Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan
bkochkar@gmail.com

Abstract. The author introduces the notion of the binary mathematical statement from natural parameter and refined axiomatic Peano natural numbers by adding the axiom of descent wich is interpretation of the so-called method of descent Fermat. The known class of the Diophantine equations Fermat is reduced to some class of the algebraic equations from natural parameter (degree of polynomial). It is proved that concerning binary statement: “whether has the equation for a preset value some decision ” the corresponding classes of the algebraic and Diophantine equations are equivalent. We show that the constructed class of the algebraic equations has rational decision only for n. For the constructed class of the algebraic equations has decisions in radicals, and for this classes of the equations isn’t solvable at all. Thus also it is prove, that the Great Hypothesis of Fermat is correct with the small precision: the class Diophantine equations of Fermat have not the decision non-only in integers but and in the rational field.

Keywords: binary mathematical statement, axiom of descent, algebraic equation, Diophantine equation.

В 1995 году в престижном журнале Анналы Математики была опубликована работа [1], в которой представлено так называемое доказательство Последней теоремы Ферма. Хотя с тех пор прошло больше 20 лет, но в научных журналах относительно ошибочности указанной работы публикаций не было. Более того в марте 2016 года Академия наук Норвегии объявила о награждении А.Уайлса за ту же работу [1] премией Абеля.

С 2014 года мы опубликовали работы [2-5], посвященные теме затронутой Пьером Ферма в оставленных им записках, которые были сформулированы как Великая теорема Ферма или как Последняя терема Ферма впоследствии.

В работе [2] было доказано, что диофантовы уравнения Ферма

$$u^n + v^n = w^n, n > 2, uvw \neq 0 \quad (1)$$

Не имеют решений не только в целых числах, но также в рациональных числах. Кроме того в работе [2] приводится алгоритм доказательства этого утверждения для любого конкретного $n > 2$, тогда как другие в течение почти 400 лет доказывали утверждение Ферма только для некоторых конкретных n. Алгоритм состоит в проверке факта, что алгебраическое уравнение

$$(x-2)^n + (x-1)^n = x^n \quad (2)$$

не имеет рациональных решений, удовлетворяющих условию Ферма (в работе [5] было показано, что уравнение (2) при $n=4$ имеет рациональное решение $x=1$, но оно не удовлетворяет условию Ферма $uvw \neq 0$). Таким образом, в [2] мы доказали больше, чем это требовалось в формулировке Ферма. Из работы [6] известно, что А.Уайлс узнав, что Фрею из предположения существования целых A, B, C, удовлетворяющих для некоторого N уравнению Ферма $(A^N + B^N = C^N)$ удалось преобразовать уравнение Ферма в эллиптическую кривую $y^2 = x^3 + (A^N - B^N)x^2 - A^N B^N$, изолировался в течение 7 лет от математического сообщества чтобы доказать, что такой эллиптической кривой нет в природе и поэтому, тем самым по его (А.Уайлса) мнению теорема Ферма доказана.

В этих рассуждениях имеются две неувязки. Одна неувязка состоит в том, что согласно [2] такой эллиптической кривой действительно не существует и поэтому не было необходимости сочинять по этому поводу более 100 журнальных страниц. Другая неувязка состоит в том, что эллиптическая кривая Фрея появляется из доказательства утверждения Ферма методом отпротивного. Но еще в 19 веке Куммер показал [6], что полное доказательство утверждения Ферма лежало за пределами возможностей существовавших математических подходов (в то время аксиоматики Пеано для натуральных чисел не было и метод спуска Ферма также не был до конца понят [2-3]).

Основная идея Фрея ничем не отличается от идей использованных до него другими математиками (Эйлер, Дирихле, Лежандр, Коши, Ламе и др.), которые доказывали утверждение Ферма для некоторых конкретных n, но это нужно было доказать для всех $n > 2$ что мы также сделали в [2].

Ферма сформулировал утверждение как обобщение диофантова уравнения $u^2 + v^2 = w^2$, для которого в Арифметике Диофанта были изложены все решения в целых, известные еще древним индусам. Так как в [2] мы показали, что диофантовы уравнения Ферма при $n > 2$ не имеют решений в поле рациональных чисел, то можно рассмотреть вопрос шире, т.е. имеют ли уравнения Ферма решения в радикалах. Для этой цели мы доказали в работе [5], что класс алгебраических уравнений (2) эквивалентен классу диофантовых уравнений (1), т.е. диофантово уравнение $u^k + v^k = w^k$ имеет решения в радикалах только в случае, если алгебраическое уравнение $(x-2)^k + (x-1)^k = x^k$ имеет решения в радикалах. Используя известные результаты [7], полученные Кардано и Феррари в работе [5] было установлено, что диофантовы уравнения Ферма для $k = 3{,}4$ имеют решения в радикалах, а для $k > 4$ они вообще алгоритмически неразрешимы. При получении последнего результата автор существенно использовал работы [8-9].

Литература

1. Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat’s Last Theorem // Annals of Mathematics. – V.141 Second series 3 May. – 1995. – p. 445-551.

2. Кочкарев Б.С. Об одном классе алгебраических уравнений, не имеющих рациональных решений //Проблемы современной науки и образования. – 2014. – № 4(22). – С. 9-11.

3. Кочкарев Б.С. Отличительное свойство натуральных чисел в различных геометриях //Проблемы современной науки и образования. – 2015. – № 5(35). – С. 6-9.

4. Кочкарев Б.С. Об одном свойстве натуральных чисел // Проблемы современной науки и образования. – 2014. – № 7(25). – С. 6-7.

5. Kochkarev B.S. About one binary problem in a class of algebraic equations and her communication with the Great Hypothesis of Fermat // International Journal of Current multidisciplinary Studies, October, 2016. – Vol. 2, Issue, 10. – pp. 457-459.

6. Singh S. Fermat’s Last Theorem. – MTSNMO, 2000. – s.288 (in Russian).

7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Изд. Ф-М литературы, 1962. –С. 432.

8. Кочкарев Б.С. К методу спуска Ферма // Проблемы современной науки и образования. – 2015. – № 11(41). – С. 7-10.

9. Кочкарев Б.С. Проблема близнецов и другие бинарные проблемы // Проблемы современной науки и образования. – 2015. – № 11(41). – С. 10-12.